

## イマイチの人全員集合アンケート〈数 III 微積分〉 2016.06.28

質問：受講された感想 (moropapa への手紙) をお聞かせください。

- ① 「微積をやることは解析系のほとんどを網羅することに等しい。」なるほどと思いました。自然界は指数的、人間の感覚は対数的感覚量を  $E$ 、刺激強度を  $R$  とすると、 $E = \log R$  というフェヒナーの法則を聞いたことがあります。 (匿名希望)
- ② 何となく使っていた公式やあやふやだった原理が理解できてとても良かったです。 (匿名希望)
- ③ 少し時間が短いなと思いましたが、レギュラー授業と同様に分かりやすかったです。微積の考えの根本を理解する手助けとなりました。 (匿名希望)
- ④ 微積分が全体的に、本質的にわかったような気になりました。次回も楽しみです。 (匿名希望)
- ⑤ 世界で活躍する男になります。 (匿名希望)
- ⑥ 面積と原始関数の引き算によって現す理由がちゃんとわかった。微積分の定理を最初からしっかり読んで、理解して解けるようにしたいです。 (匿名希望)
- ⑦ 図形的に表されたので理解しやすかったです。 (匿名希望)
- ⑧ 一度授業で聞いて、2回目「おっこれか!!」という前の自分とは違う数学を表面でなく、根底から知った自分に出会えた。 (匿名希望)
- ⑨ 学校の授業は本当に教科書の説明だけで分からなくてこまっていました。しっかり読んで活かしたいとおもいます。 (匿名希望)
- ⑩ ラジアンという単位を作ることで、数学の道が広がったのだなと思いました。基本の原理をしっかり勉強したいです。 (匿名希望)
- ⑪ 詳しく掘り下げていったほうが絶対わかりやすいです。他のテキストも早く欲しいです。一通り抑え直します。 (PN めぐ)
- ⑫ 苦手意識が強かったのですが、それは基礎が不十分であったことに起因していたのだということを実感しました。ひじょうに分かりやすいテキストもいただいたので、これからもがんばります。 (PN R eona)
- ⑬ よく意味も分からずしていた計算や公式の本当の意味を知れてよかったです。 (PN うに)
- ⑭ やはりテキストが素晴らしく、とても参考になりそうです。数学の体系をつかめるようになりたいとおもいました。 (匿名希望)
- ⑮  $90 \times 2$ の方が良かった。 (匿名希望)

- ⑩ 今まで何がしたいのか、何をやっているのか良く分からない公式がつながりをふまえて、元となった背景から詳しく理解できました。数学はあまり好きではなかったのですが、今回の講義を聞いて他の単元もこういう風に教えてくれたらすごく面白い教科になるなと思いました。数学の面白いところがわかりました。もっと先生の話聞いていたかったです。(石田樹也)
- ⑪ 高校では根本の証明を教えてくれることが少なかったので、やはり今回もタメになりました。(PN でいち)
- ⑫ 微積分の大変さを知りましたが、それを完璧にすれば自信が着くと思いました。(アホアニキ)
- ⑬ 基本原理について理解できた。テキストが良い。(PN テキストが良い)
- ⑭ とても面白く、勉強になりました。(匿名希望)
- ⑮ 公式の本質が理解できた。(匿名希望)
- ⑯ 基本のことなのに奥が深くて理解に時間がかかりそうです。(PN やめさせてくれ)
- ⑰ とても分かりやすいテキストなので、今日からでも読みたいと思いました。問題は自分で解いて答えあわせで解説を読めばいいのでしょうか？それとも、一通り読んでからもう一度解くといいのでしょうか？(中村 海)
- ⑱ 春期講習で先生の微分法の授業を受けたことがあったので、微分に関しては内容が重複していたが、面白かったし、忘れていた部分や理解していなかった部分があったので、良かった。また、積分にかんしては、元々区分求積から求められるのを知っていたが、今日、なぜそうなるのか分かったので良かった。(匿名希望)
- ⑲ 今まで暗記していた教科書、参考書において「公式」として、ポツンと載せられていたものの核心がスッキリ明快になりました。微積も頑張っていけそうです。(PN はと)
- ⑳ 微積分について全然理解していないことに気付いた。もっと早い時期に知りたい内容だった。(匿名希望)
- ㉑ 微積は色々な分野と繋がっていることがわかりました。微積の道のりは長いと思いました。面積について新しい見方ができました。(PN トマト)
- ㉒ 微積はとても範囲が広くてはてしないもののように感じていましたが、どこをどうやって勉強すればいいのかが少しわかったきがしました。前回のベクトルに続きこの講座を受講することで数学への壁が少しずつ低くなっている印象があります。(匿名希望)

㊹ 今まで計算ばかりがむしゃらにやっていたが、本質をわかって数学をやるのが大切で、今後大学やどこかで役立つんだと思いました。(匿名希望)

㊺ とても楽しかったです。授業を受ける前に区分求積法を少し勉強していて、積分なのに  $\lim$  が出てきて難しいなと思いました。しかし、授業で「そもそも定積分が(Σ)なのだ」と聞いて超ショックをうけました。私は積分の「せ」も分かっていなかったのです。やはり、自分の道具として使うものはちゃんと証明しておくべきだと思います。(匿名希望)

㊻ 2年前、高一の時高校数学の知識がほとんど無い状態で、ベクトルの授業を受けた際のまさに 目から鱗が落ちるといのは本当に驚きました。その感覚を今度は高三として感じたくて受講しました。

ありがとうございました。(PN ゆり)

以上、ご本人の掲載許可をいただいた「感想」です。ただし、説明のために番号を付けてありますが、これはランダムです。

以下、私からの「お返事(コメント)」です。

(1) ③, ④, ⑤, ⑧, ⑨, ⑪, ⑫, ⑮, ⑰, ⑳, ㉑, ㉒, ㉔, ㉖, ㉘, ㉙ ← <全体的な感想>

★書いてくれた言葉を拾ってみると、「根本の理解」とか「本質的にわかった」、「根底から知った」、「自信がつく」、「どうすればよいかかわかった」、それから「楽しかった」など、皆さん、私が用意したものを感じてくれたようですね。ありがとう。

でも、「楽しかった」なんてホントかよ。数学なんだぜ。

★「㉘匿名君」、出あえてよかったね。もう大丈夫だ。そのまま進みなさい。

★「⑮匿名君」、「 $90 \times 2$ 」ですか。そりゃムリだ。1500円より1000円の方がいいだろ？ それに、それでは君というより私の実力がついてしまうじゃないか。

(2) ⑪, ⑫, ⑭, ㉓ ← <テキストについての感想>

★「㉓君」、こんなテキスト、初めて見たでしょう。初めは「問題を解く」なんて考えない方がいい。問題をシッカリと読む。そして解答や解説もシッカリ読む。できれば感動してもらいたい。そうでもしなければ、いきなり問題を解こうとしても、それを読み込んだり考えたりする「手だて」がないでしょう。思うに、人が本気になれるのは「ハラが立ったとき」と「感動したとき」しかないと思います。

よく生徒さんに「予習中心が良いか、復習中心が良いか」なんて訊かれるが、それは「予習中心が良い」に決まっている。しかし、力がないから「復習中心」にならざるを得ない。それが実情ではないのかなあ。中村君だけ、君は良い質問をしてくれました。どうすればよいか、わかってくれましたかね。

だから、私がシャカリキになって「予習中心になるための道具になるテキスト」を書いたのです。

(3) ②, ⑬, ⑰, ⑲, ⑳ ←<公式をどう扱うか>

★ 「⑬ 石田君」、君はまじめな人ですね。全く私の敷いたレールに乗った。それでいい。あとはそれを「当然のこと」にするのです。

公式は覚えて計算するだけ、ナンテのは「さもない」というよりもったいない。お饅頭の「アンコ」を捨てて「皮」だけ食べるようなものですよ。もっとも、「皮」だけ好きな人もあるけどね。ここまで言えばあとはご自由に。ワカルよね。

(4) ②, ⑬ ←<ラジアンについての感想>

★ 「⑩ 匿名君」、君の数学の知識も広がった。よかったね。

今回、私の予想に反して

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin \theta}{\theta} = 1, \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^h - 1}{h} = 1$$

に対する反応が「イマイチ」でした。

それは私の説明がマズかったのか、あるいは生徒諸君がすでに知りすぎていたか、あるいは何にもわからなかったか、その辺はよくわかりません。

まあ、「数 III 微積分」では「ラジアンの導入」、「e の導入」は入り口の最も大事なテーマだからテキストをしっかりと読み直してください。ユメユメ「ここは出ない」なんて勝手に思わないこと。

(5) ⑥, ⑦, ⑳, ㉓, ㉔ ←<微積分学の基本定理、 $\lim \sum$  についての感想>

★ 特に「㉔ 匿名君」、「超ショックを受けた!」と書いていたが大丈夫かね。まあ、私の講義を受けたのだからムリもないか。爺さんは心配しているぞよ。

どうやら

$$\underbrace{\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f(x_k) \Delta x}_{\text{すべてタシタもの}} = \int_a^b f(x) dx \dots\dots\dots (*)$$

と表すことにキメタのは「ライブニッツ」大先生と聞いているが本当のところはわからない。ともかく (\*) の左辺(無限級数)のことを右辺のように書いたわけだ。しかし、君たちは「右辺の a, b は左辺のどこに書いてあるの?」と訊きに来る——それだけ右辺の記号の方が優れているということだ。(\*) が定積分の定義なのだ。——日本でも大学以上ではそうなっている。そしてこの定義のもとに「微積分学の基本定理」によって

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a) \leftarrow \text{ただし、} F'(x) = f(x)$$

が説明され、ここで世界中の学徒が感動するのである。君たちも一緒に感動しなさい。

それを、日本の文科省は高校数学の指導要領で定積分の定義を

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

としてしまった——1970 年の改定からのハナシである。

ここから、日本の数学の教科書のいろいろなところがヘンになってしまった——爺さんは怒っているのです。この辺はテキストにも詳しく書いたから読んでください。

(6) ①, ③ ←<別ワク>

★「①匿名君」、へー、「フェヒナーの法則」というのですか。知らなかったです。大文字では書きにくいから  $R = x$ ,  $E = y$  と置きなおそう。

そうすると

$$E = \log R \rightarrow y = \log x$$
$$\therefore x = e^y$$

つまり「人間の感覚で感じる(見た目)量  $E$ 」は「実際に起こったすごさ」に「対数カーブでとらえる(刺激を和らげて感じる)」ようになっている——面白い「自然現象」だと思いませんか。

ここで彼がとりあげている「フェヒナーの法則」とやらしいものは前回のイベントの最後の数分で私がついしゃべってしまった微分方程式

$$y' = ky \dots\dots\dots(**)$$

← 変化率 ( $y'$ ) は、そのときの量 ( $y$ ) に比例する!

というもので  $k > 0$  とするとき、これを満たす  $y$  の1つが「微分方程式を解く」なんてリキまなくても  $y = Ae^{kx}$  であることはすぐにわかる。

そこで (\*\*\*) は、例えば

- 大都市ほど人の集まる速度が速い
- お金持ちほどお金のたまる速度が速い

といて

- 知識のある人ほど知識の増える速度が速い

だから勉強しろよ、というジョークのつもりだったが、「①匿名君」は本当に勉強してくれたようです。ありがとう。

大事なことは自然現象のほとんどが指数現象で、われわれ人間の感覚はその「指数のカタの部分(対数)」を見て認識しているがそれに惑わされてはならないのです。「実力を2倍に伸ばすには」4倍も5倍も努力しなければならない。「あいつはちょっとデキルなあ」という友人はホントは相当デキルのですぞ。用心!用心!

音の大きさ「ホン」にして然り、地震のマグニチュードも然りです。その気になって意識するとたくさんあります。ほとんどすべてがそうです..

★「③PN ゆり君」思い出しました。数年前、チューターさんが来て、「高1生が受講しても大丈夫ですか」なんて訊きに来たことがあったっけ。

私はさりげなく「いいんじゃない!」なんて言っておいたけど、実際は「絶対に大丈夫だ」という自信がありました。

でも今、こうしてその高1生だった君から「目から鱗が落ちた」なんて言われると「テレル」なあ。私としては「このやり方でいいんだ」という手応えを改めてかみしめています。ありがとう。

あっ、そうそう、君は

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^h - 1}{h} = 1, \quad \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\log(1+t)}{t} = 1,$$

さらに

$$\lim_{t \rightarrow 0} (1+t)^{\frac{1}{t}} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = 1$$

が「同じ内容である！」ことに感動していた——さすがだね. ちょっとうれしかったよ.

このままの調子で頑張って、将来は人のタメになる仕事をしてください. その時まで私が生きているとも思えないが、楽しみにしています.

以上