イマイチの人全員集合アンケート<数列と級数>　2016.07.02

質問：受講された感想 (moropapa への手紙) をお聞かせください．

以下、「掲載可」にチェックした人の感想です．ただし、配列はランダムです．

① テキストにのっている問題が非常によかったです．(後藤勝)

② そもそも有限数列を「有限」と考えたことがありませんでした．章立てから衝撃を受けました！頭の中の整理がつきました．(匿名希望)

③ 数列をあまり理解できていなかったことが分かった．(匿名希望)

④ 特性方程式を解く理由がやっと分かった．(匿名希望)

⑤ 3 回とも受けさせてもらいましたが、テキストは本当に ” 神 ” です．夏休みにどっさりたまらないように頑張ります．このテキストと共に合格します．(匿名希望)

⑥ 「ああ、こんな風に考えてるのか」と思えた授業でした．(匿名希望)

⑦ 数列とは何か．それが分かるように読み込みたい．(うばみ)

⑧ 無限級数について熟読します．(匿名希望)

⑨ あやふやだった部分が明瞭になったので充実しました．(匿名希望)

⑩ 普段授業では説明してもらえないところまで詳しく聞けて良かった．(大田遼)

⑪ おかげさまで多くのことを学ぶことが出来ました．ありがとうございました．(匿名希望)

⑫ ありがとうございました．(匿名希望)

⑬ 「こうやってやれば解ける」といわれて、そう解いてきたがなんでそうやってやれば解けるかということを知って自分でも導けそうだと思いました．こういう知識を増やしていきたいと思います．(びぃーち)

⑭ 数列・級数の問題はまあまあ解けるが、何かが腑に落ちない所があったので受講しました．やはり原因は「公式は使っているがどうしてこうなるのか」を理解していなかったという所にあったようです．特性方程式は本当に道具としか思っていませんでした．反省します．(匿名希望)

⑮ 特性方程式の原理が分かった．(匿名希望)

⑯ 何となく使っていた公式やあやふやだった原理が理解できてとても良かったです．(匿名希望)

⑰ 今まで証明できなかった公式を使って、問題を解いていたので、公式の意味を知ることが大事だと思った．(匿名希望)

⑱ 漸化式を解けないものを含めて図で考えるというのはとても勉強になりました．また、シグマの公式が成立する理由も良く分かりました．(匿名希望)

⑲ 漸化式についてはいままであまり深く考えないまま解いていましたが、その特性方程式の導出方法や図形的意味が良く分かりました．今後はそういった面について考えながら解きたいです．(梅原嘉宏)

⑳ 次の講義が楽しみです．特性方程式の詳しい所までわかって嬉しかったです．(めぐ)

㉑ 特性方程式のしくみが知れて良かったです．(うに)

㉒ やるべきことは冊子に書いてあるということなので全部読んでみます．新たな発見ができて良かったです．(匿名希望)

㉓ 漸化式は大事だと改めて思いました．漸化式でグラフを使うとは目からウロコが落ちました．(トマト)

㉔ 2 項間漸化式

$$a_{n+1} = 2a_n + 3n - 2$$

系のものは、自分はずらして漸化式の方が好きです．p, q を使わないと解けない一次系はありますか？(匿名希望)

㉕ 漸化式の解き方で一般の等化型に帰着させるということはなんとなく分かっていたがきちんとまとまって良かった．体系化された感じで夏までにおさえたいです．

(匿名希望)

㉖ 数列の問題は限られた問題しか出せないと分かりました．数列をグラフで表すのはとてもおもしろいと思いました．(土田崇頌)

㉗ テキストの内容が分かりやすかったです．(匿名希望)

㉘ 無限級数について誤解したまま入試会場へ行ってしまうトコロでした．助かりました．先生に頂いたテキスト等々と共に夏、頑張ります．テキストを疲れたときの憩いの場にします．２学期もよろしくお願いします．(はと)

以上、ご本人の掲載許可をいただいた「感想」です．ただし、説明のために番号を付けてありますが、これはランダムです．

以下、私からの「お返事 (コメント)」です．

(1) ③, ⑥, ⑦, ⑨, ⑩, ⑪, ⑫, ⑬, ⑯, ⑰, ⑳, ㉑, ㉒, ㉖, ㉘, ㉙ ⟵ ＜全体的な感想＞

● これらは全体的な感想だが、私 (わたくし) 的には何か「まず、数列についての用意がなかった」かのように見える．というより、「勉強」に対する基本的な態度が決まっ

ていなかったのではないか———おっと、失礼！

おそらく、相当ビックリしたことでしょう．しかし、これは良い刺激になったと思いますよ．人によっては勉強に対する基本的な姿勢を問われた思いをしたでしょう．今はそれでよいのです．すべてはここから始まるのです．

● 「⑰の匿名君」とりあえず、証明を確認して感動したことのない公式はまだ君のものではありません．使ってもよいが、あとで必ず確認しておきましょう．

(2) ①, ⑤, ㉒, ㉗ ⟵ ＜テキストについての感想＞

● 全体的に「良い」ということで、ありがとう．特に「⑤ の匿名君」、「このテキストは”神”です」というのには参ったなあ．

でも、君は正しい———「信じる者は救われる」のです．

● 実は高校の教科書にも、それぞれ**「教師用の指導書」**というものがあって、少なくとも 1970 年くらいまではそれは生徒用の教科書の 2 倍も厚く、活字も小さくていろいろなことがビッシリと書いてあった．そういう教師用の勉強の材料があったのです．

そして、授業に合わせて先生が文字通り指導できるようになっていたのです．それが最近では教科書も指導書もだんだん薄くなり何だか怪しげなものになってしまった．

どうしてそんなことになってしまったのか．1 つには「ゆとり教育」という「ハシカのような季節」があったことにもよるが、それよりも、「数学の体系」をも壊し、構成そのものをバラバラにしてあちこちに散らしたものだから、シッカリした**ストーリー**で貫かれた指導書が書けなくなってしまったことによると私は見ます．

気の毒なのは君たちで、確固とした体系を背景とした、そしてそのように出題される「数学」という教科の入試問題を、その**カケラ**のようなものを寄せ集めて対応しなければならなくなってしまっている———どう考えてもこれはヘンだ．

一方、私はそういう経緯を知るおそらく最後の年代の教師である．実際、人生の残り時間も限られている———爺さんは怒っているのです．

「もうダマッテはいられない．少しずつでもやれるところからやろう．それにはとりあえず、**ストーリーをべた書き**にするしかない」と思って始めたのです．

それがこのイベントを始めた理由です．そして、アンケートを読む限り、私の思いは正確に伝わっているという手応えを感じます．ありがとう．

(3) ④, ⑭, ⑮, ⑳, ㉑, ㉖ ⟵ ＜特性方程式についての感想＞

● ここで「特性方程式」という言葉を用いたが、本来これが正しいのかどうかよくわからない．というのは、実は「3 項間漸化式」や「連立漸化式」を行列を用いて扱うとき、というより 1 **次変換**では「固有方程式」といい、その解を固有値というのであるが、その 1 次変換は現行の高校の範囲ではなくなっている．

だから、ここでも「固有方程式」、その解を「固有値」と言いたいのだが、もちろんワタクシ的にはそれでよいとも思うが、ちょっと白々しくもある．

そこで仕方がないから世間に合わせて「特性方程式」、「特性根、あるいは均衡値」などと呼ぶことにした．

ともかく、君たちの反応を読む限りその意味はわかったらしいから、私としては「これで良し」とします.

(4) ⑱, ⑲, ㉓, ㉔, ㉕, ㉖ $\longleftarrow$ ＜漸化式の扱いについての感想＞

- これは「特性方程式」の延長線上の話だが、これらの感想はグラフを描いて説明したことにカンゲキしたらしい. やはり「視覚」に訴える説明は絶大の威力 がありますなあ———これは仕方がない. そういうものです.

ここでは

$$y = rx + q, \quad y = x$$

で説明したが、例えば「数 III」の漸化式で

$$a_{n+1} = \frac{1}{2}\cos a_n \quad a_1 = a \quad \longleftarrow \text{ 平均値の定理 を使う！}$$

などのときは

$$y = \frac{1}{2}\cos x, \quad y = x$$

で同じことをやることになる———この**「同じこと」**ということを噛みしめてください.

そして、理科系の人は「イマイチ数 III」の 56 ページに詳しく書いてあるから必ず見ておいてください———出るぞ！

- 「㉔ の匿名君」、君の「好きです」というのは

$$a_{n+2} - a_{n+1} = 2(a_{n+1} - an) + 3 \;\longrightarrow\; b_{n+1} = 2b_n + 3$$

から数列 b_n を求め

$$\begin{aligned} a_n &= \sum_{k=1}^{n-1}(a_{k+1} - a_k) \quad (n = 2,\ 3,\ \cdots) \\ &= \sum_{k=1}^{n-1} b_k \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (*) \end{aligned}$$

とやることのことですかね. もしそうだとすると $(*)$ で得られる $a_n = (n$ の式$)$ では $n = 2,\ 3,\ \cdots$ のときで $a_1 = (n = 1$ のときの値$)$ が除かれているので、何等かの形でそのときの説明が必要になります. しかも、漸化式に階差数列の扱いが混じってくるので形式的にも複雑だ.

だからいきなり n の 1 次式 $3n - 2$ を両辺に振り分けて

$$a_{n+1} + p(n+1) + q = 2(a_n + pn + q)$$

と変形デキル定数 $p,\ q$ を求める方がシンプルだ———定数 $p,\ q$ が求まればそのように変形できるということです.

(5) ②, ㉘ $\longleftarrow$ ＜無限級数についての感想＞

- 「匿名君」も「はと君」もよかったね.

ここは時間がなくて、大急ぎだったがよく聞いていてくれましたね. エライぞ！ 要するに**「無限」**という概念に迫るための人々の知恵だと私は理解している.

つまり、次のようなものは無造作にタシてはならないのです．無限級数

$$\underbrace{a_1+a_2+a_3+\cdots\cdots+a_n}_{S_n}+\cdots\cdots\cdots\cdots$$

有限の場合は問題はないが、無限の場合は順番を変えてはならないのです．だから、n を有限とするときの S_n (第 n 部分和) を求め (これは n の式)、無限数列

$$\{S_n\}:\quad S_1,\ S_2,\ S_3,\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

で S_n の極限を調べる．そして

$$\lim_{n\to\infty} S_n = S \text{ (収束)}$$

のときのみ S を無限級数の和という———これにはすでにタスという意味はない．これは極限値なのだ．そして収束しないときは「和はない」という．

私が、この 2 段階に分けて無限の概念に迫る方法論に感動したのはいつのことだったろう．本当にスゴイね．しかし、ここが難しいのだ．

テキストに頃合いの問題がいくつか入れてあるから答案の書き方に注意してやってみてください———頑張れよ．

以上

＜おしらせ＞

イマイチ講座 (第 4 回)「複素数と複素数平面」は

09 月 17 日 (土) 15：00〜16：30 河合塾横浜校

で実施します．元気な顔を見せてください．教室で会いましょう．